Sinteza kombinacionih mreža

Sinteza kombinacione mreže

- Sinteza kombinacione mreže podrazumeva definisanje strukturne šeme (mreže logičkih elemenata) koja realizuje dati sistem prekidačkih funkcija.

Koraci u sintezi kombinacionih mreža

- Izabrati skup logičkih elemenata koji će se koristiti
- Na osnovu definicije funkcije napisti neku njenu potpunu formu
- Minimizirati potpunu formu funkcije
- Na osnovu minimalne forme funkcije nacrtati strurnu šemu mreže koja sadrži izabrane logičke elemente.

Izbor logičkih elemenata

- Izabrani skup logičkih elemenata mora da predstavlja potpun skup elemenata (bazis)
- Dodatni kriterijumi za izbor logičkih elemenata:
  - Kašnjenje,
  - Cena,
  - Potrošnja energije, ...

Minimizacija prekidačkih funkcija

- Kriterijumi za minimizaciju prekidačke funkcije mogu biti različiti:
  - Minimizacija disperzije snage,
  - Minimizacija kašnjenja signala (broja nivoa u mreži)...

Minimizacija prekidačkih funkcija

- U praksi, cilj minimizacije prekidačke funkcije je dobijanje najprostijeg izraza kojim se u jednoj klasi izraza funkcija može predstaviti.
- Klase izraza:
    - DNF
    - KNF
    - PNF

Minimizacija prekidačkih funkcija

Implikanta

- Funkcija g predstavlja implikantu funkcije f ako:
  - ima vrednost 0 na svim vektorima na kojima funkcija f ima vrednost 0 i
  - ima vrednost 1 bar na jednom vektoru na kojem funkcija f ima vrednost 1
- Svaki potpuni proizvod koji ulazi u PDNF funkcije je implikanta te funkcije.

Minimalna disjunktivna normalna forma

- Elementarni propizvod p_1 je deo elementarnog proizvoda p ako p_1 dobijen iz proizvoda p izostavljanjem nekih promenljivih.
- Elementarni proizvod je prosta implikanta funkcije f ako on jeste implikanta funkcije f, a ni jedan njegov deo nije implikanta funkcije f.
- Minimalna DNF funkcije f je suma elementarnih proizvoda prostih implikanata funkcije f.

Dobijanje mimimalne DNF transformacijom Bulovih izraza

- Minimalna DNF se dobija iz PDNF korišćenjem sledećih teorema:
  - Teoreme sažimanja – $a \cdot b + a \cdot \overline{b} = a$
  - Teoreme apsorpcije – $a + a \cdot b = a$

Dobijanje minimalne DNF - primer

$$
\begin{aligned}
f(x_1,x_2,x_3,x_4) &= \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} + \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 + \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + \\
&+ \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4 + x_1\overline{x_2}x_3\overline{x_4} + x_1\overline{x_2}x_3x_4 + x_1x_2x_3x_4 = \\
&= \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} + \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3 + x_1\overline{x_2}x_3 + x_1x_3x_4 = \\
&= \overline{x_1}\,\overline{x_2} + \overline{x_2}x_3 + x_1x_3x_4
\end{aligned}
$$

Implicenta

- Funkcija g predstavlja implicentu funkcije f ako:
  - ima vrednost 1 na svim vektorima na kojima funkcija f ima vrednost 1 i
  - ima vrednost 0 bar na jednom vektoru na kojem funkcija f ima vrednost 0
- Svaka potpuna suma koja ulazi u PKNF funkcije je implicenta te funkcije.

Minimalna konjuktivna normalna forma

- Elementarna suma s_1 je deo elementarne sume s ako je s_1 dobijena iz sume s izostavljanjem nekih promenljivih.
- Elementarna suma je prosta implicenta funkcije f ako je ona implicenta funkcije f, a ni jedan njen deo nije implicenta funkcije f.
- Minimalna KNF funkcije f je proizvod elementarnih suma prostih implicenata funkcije f.

Dobijanje mimimalne KNF transformacijom Bulovih izraza

- Minimalna KNF se dobija iz PKNF korišćenjem sledećih teorema:
  - Teoreme sažimanja – $(a+b)\cdot(a+\overline{b})=a$
  - Teoreme apsorpcije – $a\cdot(a+b)=a$

Minimizacija prekidačkih funkcija pomoću Karnoove mape

Karnoova mapa

- Karnoova mapa je još jedan od načina za predstavljanje prekidačkih funkcija.
- Karnoova mapa za predstavljanje funkcije n promenljivih je tablica sa:
  - $2^{n/2}$ vrsta i $2^{n/2}$ kolona za parno n
  - $2^{(n-1)/2}$ vrsta i $2^{(n+1)/2}$ kolona za neparno n
- U svaku ćeliju Karnoove mape upisuje se vrednost funkcije na jednom vektoru istinitosti i to tako da fizički susednim ćelijama odgovaraju vektori koji se razlikuju samo na jednoj koordinati.

Karnoove mape za funkcije različitog broja promenljivih

n=2:

x_1

x_2

	0	1
0		
1		

n=3:

x_1x_2

x_3

	00	01	11	10
0				
1				

n=4:

x_1x_2

x_3x_4

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Karnoove mape za funkcije različitog broja promenljivih

n=5:

$x_1x_2x_3$

x_4x_5

	000	001	011	010	110	111	101	100
00								
01								
11								
10								

Susedne ćelije u Karnoovoj mapi

- Vektori koji odgovaraju susednim ćelijama se razlikuju na jednoj poziciji
- Vektori koji odgovaraju ćelijama prve i poslednje vrste, kao i prve i poslednje kolone, se takodje razlikuju na jednoj po jednoj poziciji
- Karnoovu mapu treba posmatrati kao torus koji se dobija spajanjem prve i poslednje vrste i prve i poslednje kolone.

Funkcija predstavljena pomoću Karnoove mape

Tablica istinitosti:

$x_1x_2x_3x_4$	f
0000	1
0001	1
0010	1
0011	1
0100	0
0101	0
0110	0
0111	0
1000	0
1001	0
1010	1
1011	1
1100	0
1101	0
1110	0
1111	1

Karnoova mapa:

x_1x_2

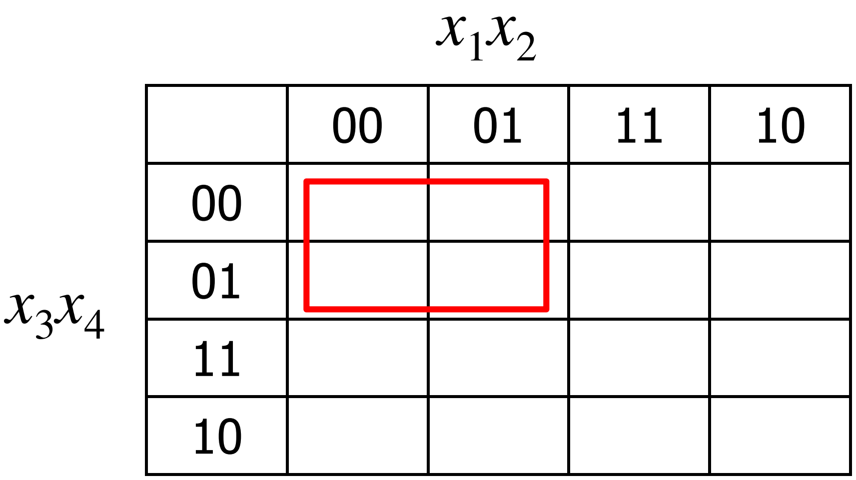
x_3x_4

	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

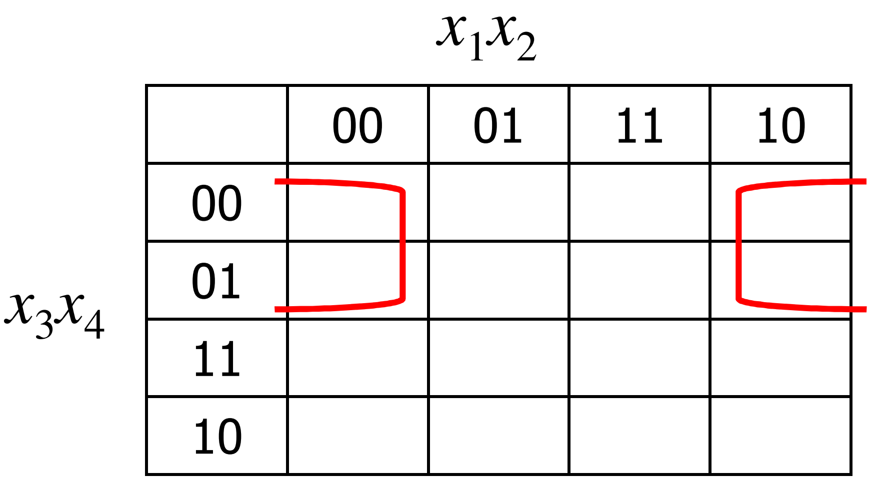
Pravilne figure u Karnoovoj mapi

- Pravilna figura ranga r u Karnoovoj mapi je skup od 2^r susednih ćelija koje imaju $k=n-r$ zajedničkih koordinata.
- Svakoj pravilnoj figuri u Karnoovoj mapi odgovara:
    - jedan elementaran proizvod koji ima vrednost 1 na svim ćelijama te figure i
    - jedna elementarna suma koja ima vrednost 0 na svim ćelijama figure.
- Članovi tih proizvoda (suma) su promenljive koje imaju konstantnu vrednost za sve ćelije figure.

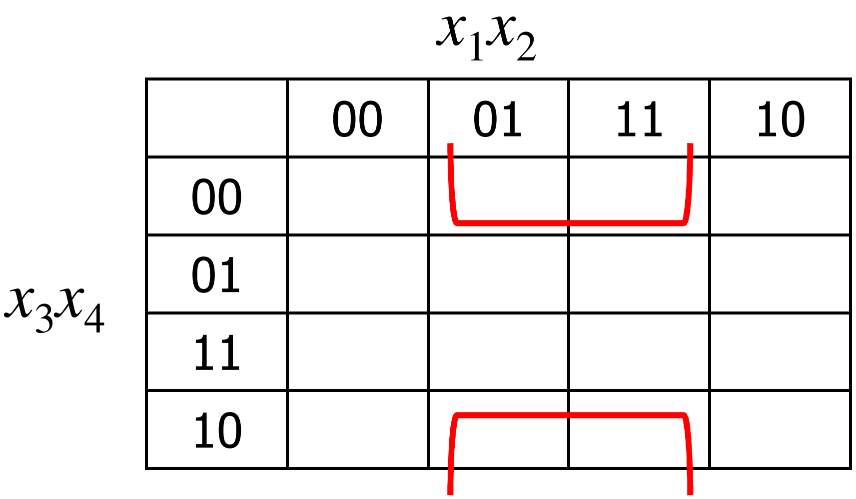
Pravilne figure u Karnoovoj mapi



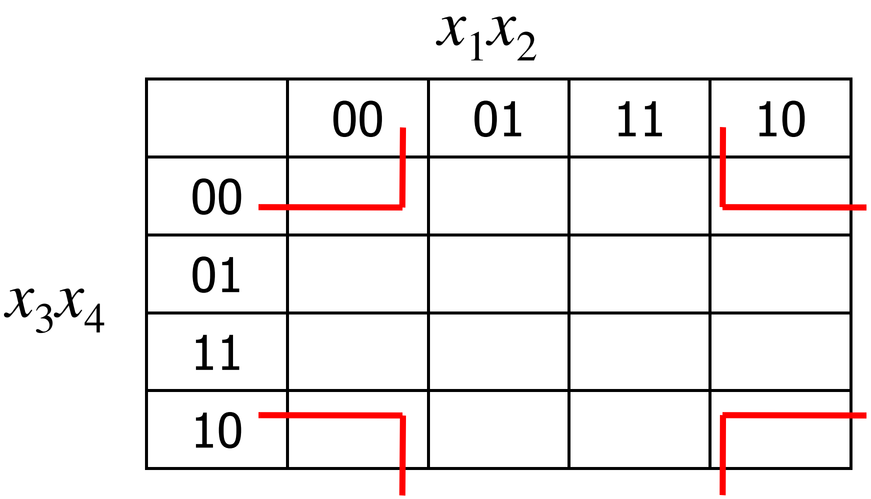
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				



	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				



	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				



	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

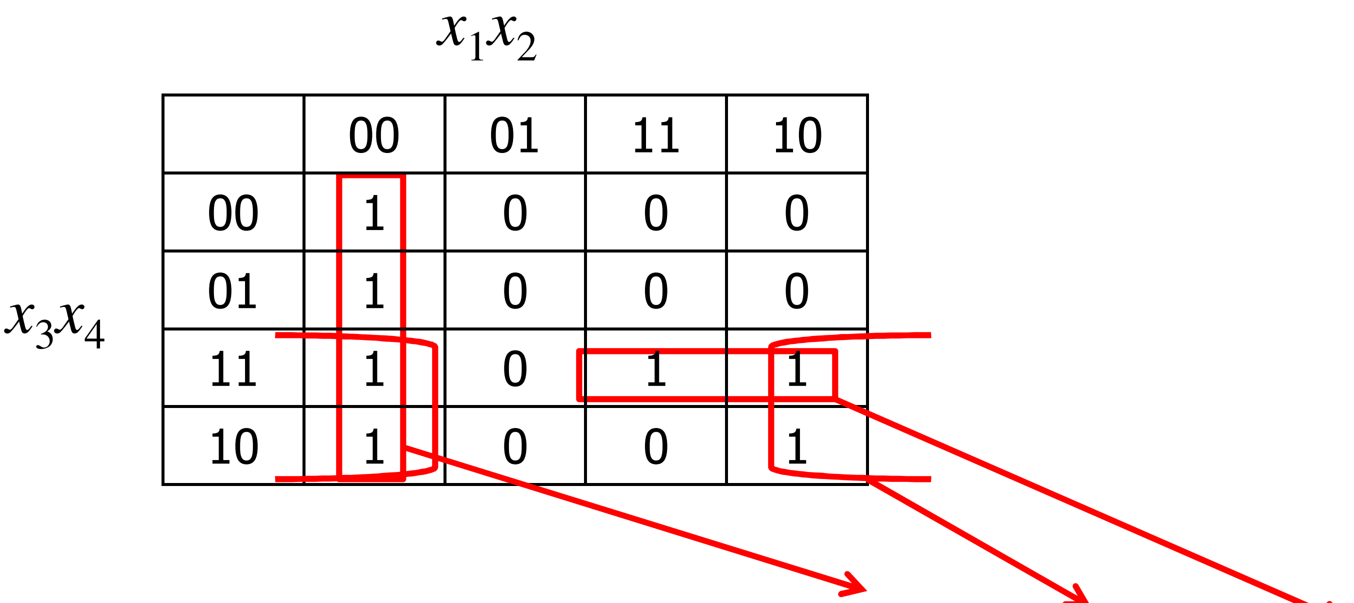
Odredjivanje prostih implikanata funkcije pomoću Karnoove mape

- Ukoliko su u svim ćelijama neke pravilne figure upisane sve jedinice, elementarni proizvod koji odgovara toj figuri predstavlja implikantu funkcije f.
- Ukoliko su u svim ćelijama neke pravilne figure upisane sve jedinice i takva figura se ne može uključiti u veću pravilnu figuru koja, takodje, sadrži sve jedinice, elementarni proizvod koji odgovara takvoj figuri predstavlja prostu implikantu funkcije f.

Nalaženje minimalne DNF pomoću Karnoove mape

- Formirati pravilne figure koje pokrivaju samo jedinice i to tako da svaka jedinica bude pokrivena bar jednom pravilnom figurom
- Ukloniti figure za koje ne postoji ćelija koja je pokrivena samo tom figurom
- Kreirati elementarne proizvode koji odgovaraju tako kreiranim figurama,
- Minimalna DNF je suma tako kreiranih elementarnih proizvoda

Nalaženje minimalne DNF pomoću Karnoove mape (primer)



x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2} + \overline{x_2}x_3 + x_1x_3x_4$$

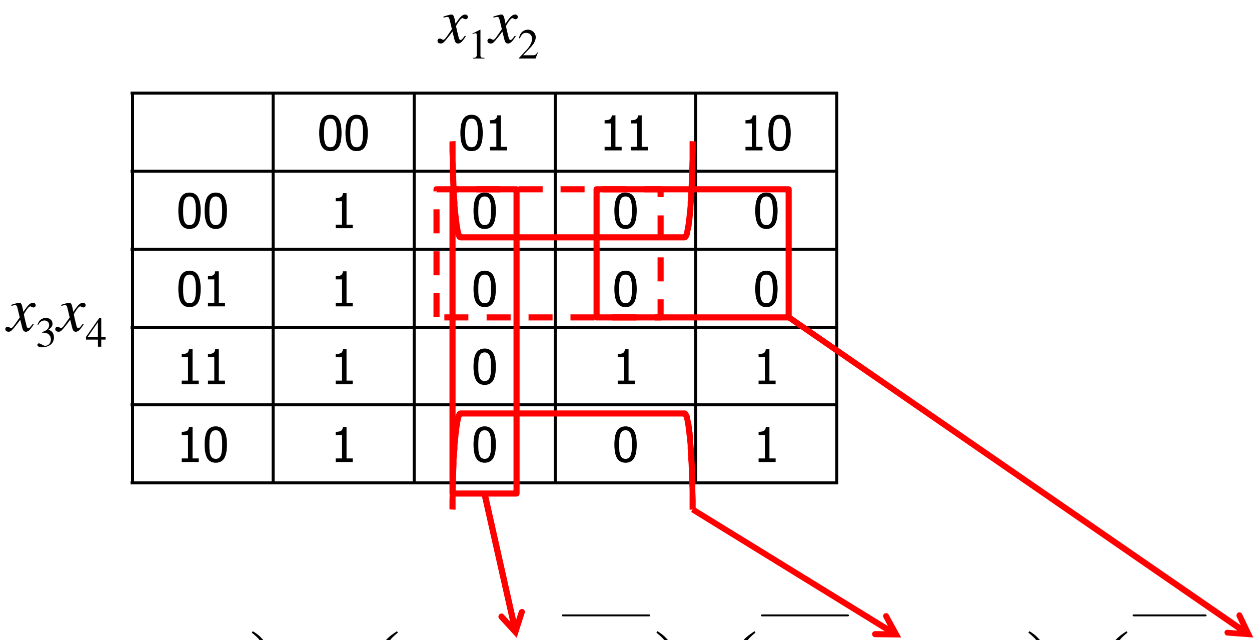
Odredjivanje prostih implicenata funkcije pomoću Karnoove mape

- Ukoliko su u svim ćelijama neke pravilne figure upisane sve nule, elementarna suma koja odgovara toj figuri predstavlja implicentu funkcije f.
- Ukoliko su u svim ćelijama neke pravilne figure upisane sve nule i takva figura se ne može uključiti u veću pravilnu figuru koja, takodje, sadrži sve nule, elementarna suma koja odgovara takvoj figuri predstavlja prostu implicentu funkcije f.

Nalaženje minimalne KNF pomoću Karnoove mape

- Formirati pravilne figure koje pokrivaju samo nule i to tako da svaka nula bude pokrivena bar jednom pravilnom figurom
- Ukloniti figure za koje ne postoji ćelija koja je pokrivena samo tom figurom
- Kreirati elementarne sume koje odgovaraju tako kreiranim figurama
- Minimalna KNF je proizvod tako kreiranih elementarnih suma

Nalaženje minimalne KNF pomoću Karnoove mape (primer)



	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+\overline{x_2})\cdot(\overline{x_2}+x_4)\cdot(\overline{x_1}+x_3)$$

Sinteza prekidačkih mreža sa logičkim kolima NE, I i ILI

Sinteza prekidačke mreže na osnovu minimalne DNF

- Pretpostavka:
  - Na raspolaganju imamo logičke elemente sa proizvoljnim brojem ulaza
- Mreža se realizuje kao trostepena mreža:
  - Na prvom nivou (stepenu) se nalaze NE kola kojima se realizuju svi komplementi koji se u mreži koriste
  - Na drugom nivou se nalaze I kola kojima se realizuju prosti implikanti funkcije
  - Na trećem nivou se nalazi jedno ILI kolo

Sinteza prekidačke mreže na osnovu minimalne DNF (primer)

- Nacrtati strukturnu šemu prekidačke mreže koja realizuje prekidačku funkciju čija je minimalna DNF:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2} + \overline{x_2}x_3 + x_1x_3x_4$$

Sinteza prekidačke mreže sa logičkim elementima sa 2 ulaza

- Pretpostavka:
    - Na raspolaganju imamo logičke elemente sa ograničenim brojem ulaza (npr. 2)
- <u>I način:</u> Mreža se realizuje kao višestepena mreža
    - Logički elementi sa više ulaza se zamenjuju većim brojem elemenata sa 2 ulaza
- <u>II način:</u> Vrši se faktorizacija DNF, npr:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\overline{x_1}\,\overline{x_2}+x_1x_3x_4+\overline{x_2}x_3=$$

$$=\overline{x_1}\,\overline{x_2}+x_3(x_1x_4+\overline{x_2})$$

Sinteza prekidačke mreže sa logičkim elementima sa 2 ulaza (primer)

- Nacrtati strukturnu šemu kombinacione mreže koja koristi logičke elemente sa 2 ulaza za funkciju datu izrazom:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2} + x_3(x_1x_4 + \overline{x_2})$$

Sinteza prekidačke mreže na osnovu minimalne KNF

- Postupak je isti kao i u slučaju kada se sinteza vrši na osnovu minimalne DNF
- U ovom slučaju
  - Na drugom nivou su ILI elementi koji realizuju proste implicente funkcije
  - Na trećem nivou je jedan I element

Sinteza prekidačke mreže na osnovu minimalne KNF (primer)

- Nacrtati strukturnu šemu prekidačke mreže koja realizuje prekidačku funkciju čija je minimalna KNF:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+\overline{x_2})\cdot(\overline{x_2}+x_4)\cdot(\overline{x_1}+x_3)$$

Sinteza prekidačkih mreža sa logičkim kolima NI i NILI

Sinteza prekidačke mreže sa NI kolima na osnovu minimalne DNF

- Pretpostavka:
  - Na raspolaganju imamo NI elemente sa proizvoljnim brojem ulaza
- Korišćenjem DeMorganovih pravila minimalna DNF se transformiše u formu koja sadrži NE i NI operacije.
- Komplement se realizuje pomoću NI operacije na sledeći način:

$$\overline{x} = \overline{x \cdot x}$$

Sinteza prekidačke mreže pomoću NI elemenata

- Nacrtati strukturnu šemu kombinacione mreže koja koristi samo logičke NI elemente za funkciju datu izrazom:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2} + x_1x_3x_4 + \overline{x_2}x_3 =$$

$$\overline{\overline{\overline{x_1}\,\overline{x_2} + x_1x_3x_4 + x_1\overline{x_2}x_3}} = \overline{\overline{\overline{x_1}\,\overline{x_2}} \cdot \overline{x_1x_3x_4} \cdot \overline{\overline{x_2}x_3}}$$

Sinteza prekidačke mreže sa NILI kolima na osnovu minimalne KNF

- Pretpostavka:
  - Na raspolaganju imamo NILI elemente sa proizvoljnim brojem ulaza
- Korišćenjem DeMorganovih pravila minimalna KNF se transformiše u formu koja sadrži NE i NILI operacije.
- Komplement se realizuje pomoću NILI operacije na sledeći način:

$$\overline{x} = \overline{x + x}$$

Standardni kombinacioni moduli

Standardni kombinacioni moduli

- Kombinacione mreže koje se koriste za realizaciju:
  - Pojedinih delova računara
  - Različitih digitalnih uredjaja
  - Složenije kombinacione mreže (u opštem slučaju)

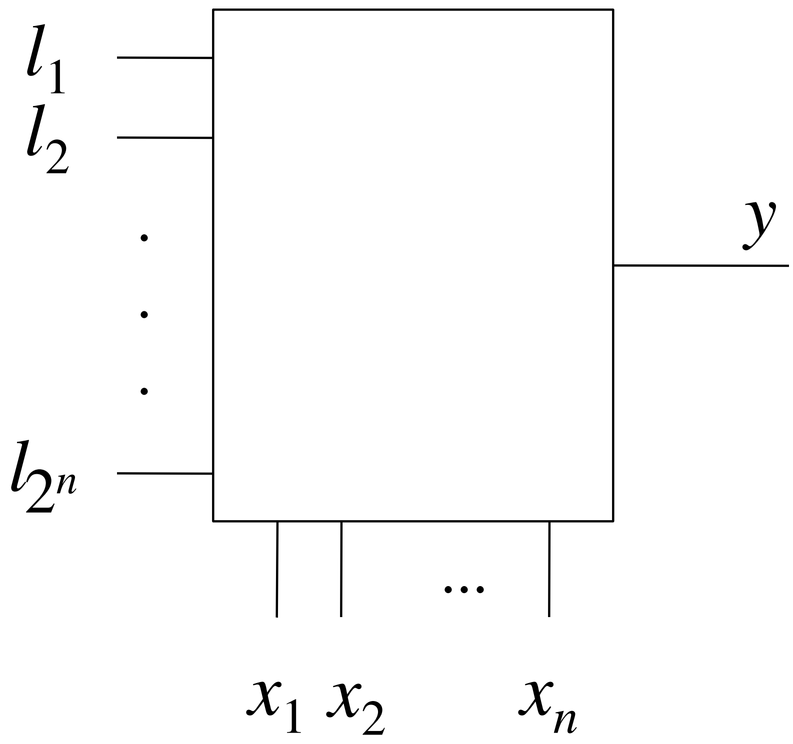
Standardni kombinacioni moduli

- Multiplekseri
- Demultiplekseri
- Koderi
- Dekoderi
- Konvertori kodova
- Sabirači i oduzimači
- Inkrementatori i dekrementatori
- Komparatori

Multiplekseri

- Multiplekser je kombinaciona mreža koja sadrži n upravljačkih (selektorskih ulaza), 2^n informacionih ulaza i 1 izlaz. Upravljački ulazi služe za selekciju ulaza koji će se proslediti na izlaz.
- Multiplekseri sa n informacionih ulaza se nazivaju multiplekserima tipa "n u 1" i obeležavaju sa "nx1" (npr. 2x1, 4x1,8x1...)

Blok šema multipleksera



Multiplekseri tipa 2x1

- Tablica istinitosti

$x_1 l_1 l_2$	y
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

- Minimalna DNF:

$$y = \overline{x_1} l_1 + x_1 l_2$$

- Vežba: Nacrtati atrukturnu šemu prekidačke mreže koja realizuje multiplekser 2x1 korišćenjem:
  - NE, I i ILI kola
  - NILI kola

Demultiplekseri

- Demultiplekser je kombinaciona mreža koja sadrži n upravljačkih (selektorskih ulaza), 1 informacioni ulaz i 2^n izlaza. Upravljački ulazi služe za selekciju izlaza na koji će se proslediti ulazni signal.

Koderi

- Koderi su prekidačke mreže koje za ulazni skup signala generišu kodne reči koje karakterišu stanje na ulazu.

Dekoderi

- Dekoderi su prekidačke mreže sa n ulaza i 2^n izlaza koje na osnovu ulaznog binarnog koda odgovarajući izlaz postavljaju na 1.

Konvertori kodova

- Kombinacione mreže koje na osnovu ualznih kodnih reči jednog koda generiše ekvivalentne kodne reči drugog koda.
- Npr:
  - Konvertor ASCII koda u EBCDIC kod
  - Konvertor koda “8421” u Hafmenov kod

Jednobitni sabirači

- Polusabirač – kombinaciona mreža koja služi sa sabiranje 2 binarna broja na i-toj poziciji. Ima 2 ulaza i 2 izlaza (rezultujući bit i bit prenosa na poziciju veće težine).
- Potpuni sabirač – ima istu funkciju kao i polusabirač samo ima i treći ulaz (bit prenosa sa pozicije manje težine)
- Vežba: Kreirati tablicu istinitosti i izvršiti sintezu jednobitnog polusabirača i potpunog sabirača.

Inkrementatori (dekrementatori)

- Kombinacione mreže koje zadatom binarnom broju dodaju (od zadatog binarnog broja oduzimaju) vrednost 1.
- Obično se realizuju korišćenjem inkrementatora (dekrementatora) na jednoj poziciji (bitu) u broju.
- Vežba: Kreirati tablicu istinitosti i izvršiti sintezu jednobitnog inkrementatora i dekrementatora.

Komparatori

- Kombinacione mreže koje porede 2 binarna broja. Imaju 2n ulaza (n je broj bitova u ulaznim brojevima) i 3 izlaza (veće, manje i jednako).
- Obično se realizuju korišćenjem komparatora na jednom razredu (poziciji ili bitu) u broju.
- Vežba: Kreirati tablicu istinitosti i izvršiti sintezu jednobitnog komparatora.